

## 1 単元名

数学 図形と計量 (東京書籍 「新編 数学」)

## 2 単元の目標

角の大きさなどを用いた計算に関心を持ち、三角比の意味やその基本的な性質について理解する。三角比を用いた計量の考えの有用性を認識するとともに、それらを事象の考察に活用できるようにする。

## 3 指導にあたって

### (1) 単元について

中学校では三角比の基礎となる「相似」や「三平方の定理」を学習している。そこから高等学校での三角比へと繋げていきたいところではあるが、生徒にとってはその内容の繋がりに感じにくい単元でもある。普段、数学を得意とする生徒でも苦手と感じることもあり、全単元の中でも比較的定着の難しい単元である。従って導入場面では、中学校で学習してきたことの上にあるということ意識させ、既習事項との関連性や有用性を感じさせる必要があると感じている。

その上で、 $\sin A$  や  $\cos A, \tan A$  等は生徒が確実に理解し、定着していけるように導入時の指導を特に大切にする。また、正弦定理や余弦定理については、進学を考えている生徒にとっては特に重要な定理であり、定理を用いて辺の長さや角の大きさを求めるという数学的な技能の習得は不可欠である。すべての生徒が、興味・関心をもち学習に臨めるよう、数学的な技能の習得だけでなく、数学的な見方や考え方を学ぶことで、中学校までに学習した平面図形との違いや関数などとの関連性の中から、事象を多面的に考察する面白さを感じられるようにしたい。

### (2) 生徒の実態

クラスで行ったアンケートでは、数学を苦手とする生徒が約4割、数学における学習上の心配があるという生徒は全体の7割を超えた。しかしながら、まずは自分で取り組む、そして分からなかったら周りの友達と相談してみるという姿勢で授業を受ける生徒たちであり、授業についていけないと感じている生徒は1割程度であった。

個人面談の中でも、高校に入学してから難しいと感じる教科は数学と答える生徒が多い印象であるが、友達に教えてもらいながら勉強しているという生徒も多い。

学び合うという姿勢が出来ている生徒たちであるため、授業ではしばしば「周りの人と相談してみよう」という投げかけをしている。今後もその指導を継続して、生徒たちの自立した学習活動を育てていきたい。

### (3) 指導について

中学校で学習した直角三角形の辺の比の復習を通して鋭角の三角比の意味を理解させる。鈍角に拡張された三角比は、三角形から切り離し、円を用いることで“角度”や“回転の量”を意識させながら指導し、三角関数へと繋げたい。

また正弦定理・余弦定理については、定理を利用して角の大きさや辺の長さを求める数学的な技能の習得はもちろんのこと、定理を証明したり実証したりする活動を通して、平面図形を座標平面で考えたり、これまでの知識を用いたりしながら、多面的に物事を考える楽しさを感じさせたい。

以上のような活動を通して、解法をただ暗記するのではなく、他者の考え方を取り入れながらも、自ら考察する力を養いたい。

#### 4 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
角の大きさなどを用いた計算に関心をもつとともに、それらの有用性を認識し、具体的な事象の考察に活用しようとする。	事象を三角比を用いて考察し表現したり、思考の過程を振り返ったりすることなどを通じて、角の大きさなどを用いて計量を行うための数学的な見方や考え方を身に付けている。	事象を三角比を用いて表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付けている。	直角三角形における三角比の意味、三角比を鈍角まで拡張する意義及び図形の計量の基本的な性質を理解し、知識を身に付けている。

#### 学習活動における具体的評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
【ア 鋭角の三角比】 ・鋭角の三角比や三角比の相互関係に関心を持ち、それらを直角三角形の計量に活用しようとしている。	・図形の相似の考え方をを用いて、直角三角形の辺の比を角との関係で捉えることができる。 ・三角比の相互関係について考察することができる。	・直角三角形を用いて考えられる計量の問題を、三角比の記号を用いて表現し処理することができる。 ・三角比の相互関係を用い、与えられた三角比の値から残りの三角比の値を求めることができる。	・正弦、余弦及び正接を直角三角形の辺の比と角との関係として理解し、基礎的な知識を身に付けている。 ・三角比の相互関係について理解し、基礎的な知識を身に付けている。
【イ 三角比の拡張】 ・鋭角の三角比を鈍角まで拡張する考えに関心を持ち、それらを図形の性質の考察に活用しようとしている。	・鈍角まで拡張した三角比について考察することができる。	・ $90^\circ$ までの三角比の表を用いて鈍角の三角比の値を求めることができる。	・鈍角まで拡張した三角比の意義を理解している。
【ウ 三角形への応用】 ・正弦定理・余弦定理が有用であることを認識し、それらを図形の計量に活用しようとしている。 ・三角比や正弦定理・余弦定理などを平面図形や空間図形の計量に活用しようとしている。	・正弦定理・余弦定理を導く過程を考察することができる。 ・平面図形や空間図形の計量に活用するために正弦定理・余弦定理の式を多面的に見ることができる。	・三角形の決定条件が与えられたとき、三角形の残りの要素を求めることができる。 ・三角比や正弦定理・余弦定理を用いて平面図形や空間図形の計量をすることができる。	・正弦定理・余弦定理を三角形の決定条件と関連付けて理解している。 ・正弦定理・余弦定理の利用の仕方及び三角形の面積の求め方について基礎的な知識を身に付けている。

#### 5 単元の指導と評価の計画（全 19 時間）

ア 鋭角の三角比（6 時間）

イ 三角比の拡張（5 時間）

ウ 三角形への応用（8 時間，本時：1/8 時）

ウ 三角形への応用 8時間の指導と評価の計画を以下に述べる。

	学習内容	学習活動における主な具体的評価規準	評価方法
第1～ 2時 (本時)	正弦定理	<ul style="list-style-type: none"> <li>・正弦定理を導く過程を考察することができる。 【数学的な見方や考え方】</li> <li>・三角形の決定条件が与えられたとき、三角形の残りの要素を求めることができる。【数学的な技能】</li> <li>・正弦定理を三角形の決定条件と関連付けて理解している。【知識・理解】</li> </ul>	観察・発表・課題 ワークシート 定期考査
第2～ 4時	余弦定理	<ul style="list-style-type: none"> <li>・余弦定理を導く過程を考察することができる。 【数学的な見方や考え方】</li> <li>・三角形の決定条件が与えられたとき、三角形の残りの要素を求めることができる。【数学的な技能】</li> <li>・余弦定理を三角形の決定条件と関連付けて理解している。【知識・理解】</li> </ul>	観察・発表・課題 ワークシート 定期考査
第5～ 6時	三角形の面積	<ul style="list-style-type: none"> <li>・三角比を用いた三角形の面積公式を導く過程を考察することができる。【数学的な見方や考え方】</li> <li>・正弦定理・余弦定理の利用の仕方及び三角形の面積の求め方について基礎的な知識を身に付けている。【知識・理解】</li> </ul>	観察・発表・課題 ワークシート 定期考査
第6～ 8時	空間図形の計量	<ul style="list-style-type: none"> <li>・三角比や正弦定理・余弦定理などを平面図形や空間図形の計量に活用しようとしている。【関心・意欲・態度】</li> <li>・三角比や正弦定理・余弦定理を用いて平面図形や空間図形の計量をすることができる。【数学的な技能】</li> </ul>	観察・発表・課題 ワークシート 定期考査

## 6 本時の指導

(1) 単元名 「図形と計量」

(2) 本時のねらい

正弦定理を導く過程を考察することができる。

【数学的な見方や考え方】

(3) 本時の評価規準(本時の重点評価規準)

評価の観点	具体的評価規準	Aとする具体的な姿	Cとする生徒への手立て
数学的な見方や考え方	自分で描いた三角形について、辺の長さや正弦の値を計測し、辺の長さとその対角の正弦の関係について考察することができる	辺の長さとその対角の正弦の関係について考察し、それを数学的に表現し、正弦定理を見出すことができる、自分の考えを他者に説明しながら考えを深めようとしている。	正確に図を書くことを徹底させられれば、値の関係がぴったり10倍や10分の1に近付くので、とにかく丁寧な作図を促す。

(4) 学習指導上の工夫

- ・正弦定理や余弦定理は、最終的には定理を用いて辺の長さや角の大きさを求めるのに使えるようになることをねらいとする。その為、演習の時間を多くとりたいところではあるが、定理を導く過程を考察し、自分で定理を見出すことで、ただ覚えるだけの数学にならないようにした。
- ・学習プリントには、他者の計測結果を記入する欄も設けることで、どの三角形についても成り立つ性質だということを実感できるようにした。

- ・活動したり実証したりする活動を通して、数学の原理・法則などを発見するという体験ができるようにした。

(5) 準備物

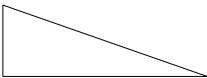

- ・指導者・・・教科書，ワークシート，定規，分度器
- ・学習者・・・教科書，ノート，ワークシート，定規，分度器

(6) 本時の展開

段階	学習活動と主な発問 ( 予想される生徒の反応 )	形態	指導上の留意点	評価
導入 5分	1 前時の復習をする。 三角比の基本事項の確認  2 本時のねらいの提示	一斉 5分	本時で扱う既習事項である $90^\circ - A$ や $180^\circ - A$ の三角比についても確認する。	
正弦定理ってなんだろう。				
展開 40分	3 本時の学習課題について考える。  ABC において、辺の長さとその対角の正弦(sin)の間にはどんな関係があるか考えてみよう。			
	(1)ワークシートに三角形を作図する	個別 2分	定規を使い丁寧に書くよう声がけをする。	
	(2)三角形の辺の長さや角の大きさ，三つの正弦の値を求める。	個別 15分	計測は出来るだけ正確にさせ，正弦の値については，教科書巻末の表から，小数第2位まで求めさせる。 ここで，鈍角の三角比は， $(180^\circ - A)$ の考え方を利用する為，表から見つけれないという生徒が出てくると考えられる。既習事項の利用ということで，助言せず，生徒の自発的な活動を促したい。	
	(3)求めた値について考察する。  発問 .求めた辺の値と sin の値にはどんな関係がありそうですか。  辺の長さは sin の値の 10 倍だ。 sin の値は辺の長さの 10 分の 1 だ。 直径 10cm と関係あるのかな。 分からない。	個別 3分	生徒の自発的な思考，自分で発見するという活動を重視する。	正弦定理を導く過程を考察することができる 【数学的な見方・考え方】
	(4)班を作り，班の人たちのそれぞれの結果をまとめ，更に，どんな関係があるのか意見交換し，考えを深める。	グループ 11分	自分の考えたことを踏まえて，他の人の結果にも同じような関係性を見いだせたかどうかを共有することが大切で	

	<p>発問：自分の考えと比べてみてください。見つけた関係は、どんな三角形でも成り立つでしょうか。</p> <p>同じような結果になった。 ほとんど同じだった。 自分だけ違う。</p> <p>(5)発見した関係を式に表す。</p> <p>発問：辺の長さ正弦の間にある関係を式に表すとどうなるだろう</p> <p><math>a = \sin A \times 10</math> 辺の長さ = sin の値 <math>\times</math> 10 辺の長さ = sin の値 <math>\times</math> 直径 分からない。</p> <p>4 班の意見を全体で共有し、まとめる。</p>	<p>グループ 10分</p>	<p>ある。</p> <p>直径との関係性については、生徒から意見が出ればそれを拾う形で全体に投げかけたい。しかし、生徒から出なかった場合でも、発問を投げかけ考えさせる。</p> <p>式に表現することは、生徒によっては全く出来ない者も居ると考えられるため、学び合いをさせながらグループで考えさせる。</p> <p>ここでは、“<math>2R=</math>”でつながった式になっていなくても良いとする。あくまで、生徒が導き出した式を引用する。</p>	
<p>終結 4分</p>	<p>5 本時のまとめをし、次時の予告をする。 授業で学んだことや、友達と話し合う活動を通して分かったこと・気付いたことをワークシートにまとめる。</p>	<p>一斉 4分</p>	<p>今日発見した関係が、正弦定理だということ次時で学習することを予告する。振り返りでは、特に「辺とsinの関係について考察することが出来た」という質問項目を重視させたい。</p>	

(7) 板書計画

<p>復習 三角比</p>  <p><math>90^\circ - A</math> の三角比 <math>\sin(90^\circ - A) = \cos A</math></p> <p><math>180^\circ - A</math> の三角比 <math>\sin(180^\circ - A) = \sin A</math></p>	<p>正弦定理ってなんだろう？</p>  <p>ABC において、辺の長さとその対角の sin の間にはどんな関係があるだろう。</p> <table border="0"> <tr> <td>名前</td> <td>名前</td> <td>名前</td> <td>名前</td> </tr> <tr> <td>辺 a の長さ</td> <td>辺 b の長さ</td> <td>辺 c の長さ</td> <td>辺 a の長さ</td> </tr> <tr> <td>sinA の値</td> <td>sinB の値</td> <td>sinC の値</td> <td>sinA の値</td> </tr> </table> <p>どんな関係があるだろう</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>生徒の考え</li> <li>生徒の考え</li> <li>生徒の考え</li> </ul> <p>ABC の辺の長さとその対角の正弦の間の関係式</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>生徒の考え</li> <li>生徒の考え</li> <li>生徒の考え</li> <li>・・・正弦定理！</li> </ul>	名前	名前	名前	名前	辺 a の長さ	辺 b の長さ	辺 c の長さ	辺 a の長さ	sinA の値	sinB の値	sinC の値	sinA の値
名前	名前	名前	名前										
辺 a の長さ	辺 b の長さ	辺 c の長さ	辺 a の長さ										
sinA の値	sinB の値	sinC の値	sinA の値										

- 参考資料：・高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編（平成 21 年 12 月）  
・国立教育政策研究所教育課程研究センター  
「評価規準の政策，評価方法の工夫改善のための参考資料」（平成 24 年 3 月）  
・高等学校学習指導資料 数学（平成 23 年 3 月）